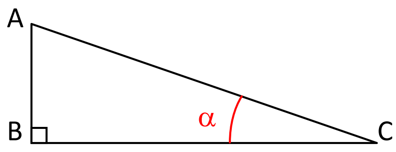
# Fiche méthode

# LA TRIGONOMÉTRIE : UNE FORCE MATHÉMATIQUE

## I- Rappels mathématiques

### 1°) Formules de trigonométrie

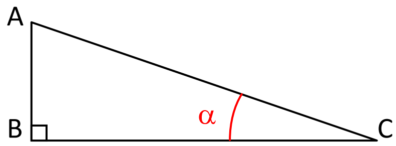
Considérons un triangle rectangle en B :




Nous avons : $\boxed{\sin\alpha = \frac{AB}{AC}}$ $\boxed{\cos\alpha = \frac{BC}{AC}}$ $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ soit $\boxed{\tan\alpha = \frac{AB}{BC}}$

### 2°) Le théorème de Pythagore

Considérons un triangle rectangle en B :



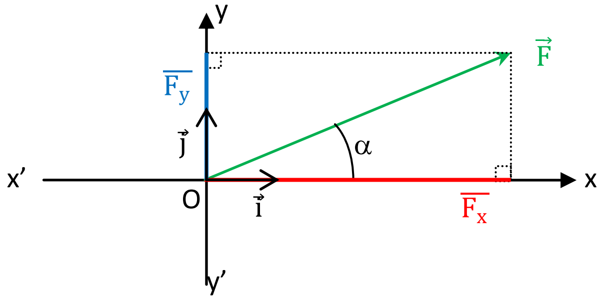

D'après le théorème de Pythagore : $\boxed{AC^2 = AB^2 + BC^2}$

## II- Application à la physique

### 1°) Projection d'un vecteur force

#### a) Cas d'un vecteur ayant des coordonnées positives

Considérons, dans un repère $(O\,;\vec{i},\ \vec{j})$, une force $\vec{F}$ inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale :



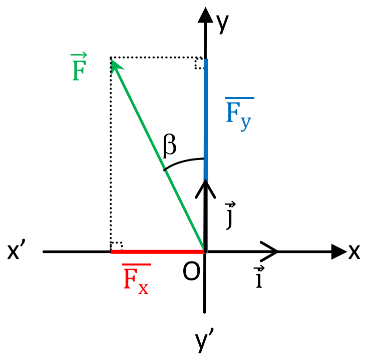

- La coordonnée $\overline{F_x}$ correspond à la projection du vecteur force $\vec{F}$ sur l'axe des abscisses :
  $\cos\alpha = \frac{\overline{F_x}}{\|\vec{F}\|}$ soit $\overline{F_x} = \|\vec{F}\| \times \cos\alpha$ soit $\boxed{\overline{F_x} = F \times \cos\alpha}$
- La coordonnée $\overline{F_y}$ correspond à la projection du vecteur force $\vec{F}$ sur l'axe des ordonnées :
  $\sin\alpha = \frac{\overline{F_y}}{\|\vec{F}\|}$ soit $\overline{F_y} = \|\vec{F}\| \times \sin\alpha$ soit $\boxed{\overline{F_y} = F \times \sin\alpha}$

*Rq. 1 :* Les termes F, sinα et cosα sont positifs : les coordonnées $\overline{F_x}$ et $\overline{F_y}$ sont positives.

*Rq. 2 :* La notation des coordonnées en mesure algébrique est facultative, mais permet ici d'insister sur le fait que ces coordonnées peuvent être à priori positives comme négatives.

b) Cas d'un vecteur ayant une coordonnée négative

Considérons, dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, une force $\vec{F}$ inclinée d'un angle $\beta$ par rapport à la verticale :




- La coordonnée $\overline{F_x}$ correspond à la projection du vecteur force $\vec{F}$ sur l'axe des abscisses :

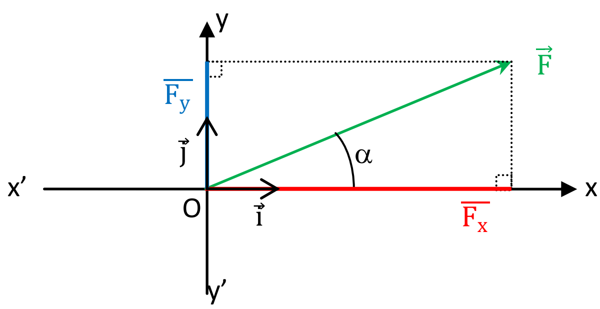
  $\sin\beta = -\frac{\overline{F_x}}{\|\vec{F}\|}$ soit $\overline{F_x} = -\|\vec{F}\| \times \sin\beta$ soit $\boxed{\overline{F_x} = -F \times \sin\beta}$

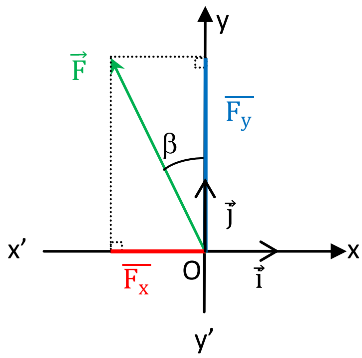
- La coordonnée $\overline{F_y}$ correspond à la projection du vecteur force $\vec{F}$ sur l'axe des ordonnées :

  $\cos\beta = \frac{\overline{F_y}}{\|\vec{F}\|}$ soit $\overline{F_y} = \|\vec{F}\| \times \cos\beta$ soit $\boxed{\overline{F_y} = F \times \cos\beta}$

*Rq. :* Les termes F et $\sin\beta$ sont positifs : la coordonnée $\overline{F_x}$ est négative.
Les termes F et $\cos\beta$ sont positifs : la coordonnée $\overline{F_y}$ est positive.

2°) Norme d'un vecteur force




Qu'un vecteur possède des coordonnées positives ou une ou deux coordonnées négatives, sa norme peut être déterminée grâce au théorème de Pythagore : $\|\vec{F}\|^2 = \overline{F_x}^2 + \overline{F_y}^2$ soit $\boxed{F = \sqrt{\overline{F_x}^2 + \overline{F_y}^2}}$

III- Exemples : Que la force soit avec toi !!

1°) Star Wars® : épisode 1

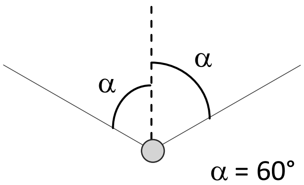
a) Énoncé

Après avoir héroïquement combattu son adversaire, Anakin entend une petite voix sortant du haut-parleur situé à quelques mètres devant lui, suspendu à 2 câbles en alliage indestructible.

Vif comme l'éclair, il consulte son hyperrapporteur à télémétrie laser, qui lui indique que chaque câble fait un angle de 60° avec la verticale, ainsi que sa balance subatomique, qui estime la masse du haut-parleur à 20 kg.

Et c'est en prenant son courage dans la main gauche (la droite étant occupée à ranger son laser !) qu'il décide sans hésiter, au moyen de son organiseur nucléonique, de :

① : représenter le poids $\vec{P}$




$\alpha = 60°$

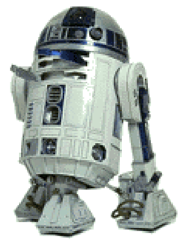
① : corrigé: Le poids P du haut-parleur est défini par :

P = m.g *A.N.* : P = 20 × 9,8 = 196 N

À l'échelle 1,0 cm pour 100 N, le vecteur poids P mesurera 1,96 cm.

2°) Star Wars® : épisode 2

a) Énoncé



Doté de puces neuroniques ultra rapides en plus de son hyperrapporteur à télémétrie laser et mégapèsomètre de roberval subatomique, R2-D2 décide *en même temps qu'Anakin* de déterminer les valeurs des forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ mais par une méthode analytique et non géométrique. Telle une machine bien programmée, il décide alors de :

① : schématiser le haut-parleur et les câbles

② : représenter le poids $\vec{P}$ du haut-parleur et les forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ exercées par chacun des câbles. (pas d'échelle)

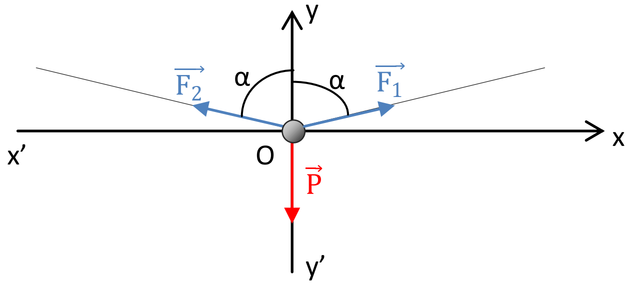
③ : donner l'expression littérale de la valeur des composantes horizontales des forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ en fonction de l'angle α, puis de préciser en justifiant si ces deux composantes ont la même valeur.

④ : donner l'expression littérale de la valeur des composantes verticales des forces $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ et $\vec{P}$ en fonction de l'angle α, puis de préciser, en justifiant, si les deux composantes verticales des forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ ont la même valeur.

**Tu dois déjà avoir fini si toi aussi, tu as fait comme lui, « en même temps qu'Anakin » !!**

b) Corrigé

① et ② : α = 60°




③ : Par projection des forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ sur l'axe x'Ox, nous obtenons :

$$\overline{F_{1_x}} = F_1 \times \sin\alpha \quad \text{et} \quad \overline{F_{2_x}} = -F_2 \times \sin\alpha$$

Même si les forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ ont la même valeur, comme elles sont de sens opposé, les deux composantes horizontales $\overline{F_{1_x}}$ et $\overline{F_{2_x}}$ n'ont pas la même valeur.

④ : Par projection des forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ sur l'axe y'Oy, nous obtenons :

$$\overline{F_{1_y}} = F_1 \times \cos\alpha \quad ; \quad \overline{F_{2_y}} = F_2 \times \cos\alpha \quad ; \quad \overline{P_y} = -P$$

Les forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ ont la même valeur et sont de même sens, les deux composantes horizontales $\overline{F_{1_y}}$ et $\overline{F_{2_y}}$ ont la même valeur.